



Problem des Monats · Januar 2021

Gefährliche Zahlenspielerien

Vampire sind mythische Wesen, welche sich durch ihre großen Eckzähne vom Blut anderer Menschen ernähren und damit selbst ihr Leben unendlich halten. Diese beiden Fangzähne geben also wieder neues Vampirleben. Als Vampirzahlen bezeichnen wir natürliche Zahlen, deren Ziffern in zwei gleichlange natürliche Zahlen zerlegt werden können, welche als Produkt wieder die ursprüngliche Zahl ergeben. Diese beiden Zahlen werden die Fangzähne genannt. Die kleinste Vampirzahl ist 1260, denn $1260 = 21 \cdot 60$



Aufgabe 1: Die Zahlen 1395, 1435, 1530, 1827, 2187, 6880, 102510, 117067 und 125460 sind Vampirzahlen. Finde die passenden Zerlegungen.

Aufgabe 2: Zeige, dass 1260 die kleinste Vampirzahl ist, unter der Voraussetzung, dass von 1000 bis 1259 keine Vampirzahl vorkommt.

Die rumänische Vampirjägerin Valea Kiriacescu hat eine Methode entwickelt, wie eine Vampirzahl mit Hilfe von Knoblauch „besiegt“ werden kann. Dazu zieht man zunächst die Summe der beiden Fangzähne von der Vampirzahl ab und schreibt sich die Differenz d_0 auf.

Da KNOBLAUCH 9 Buchstaben hat, benutzt man die Folge 9, 90, 900, 9000 usw., um gegen den Vampir zu kämpfen. Die Folge wird durch die Formel $f(n) = 9 \cdot 10^{n-1}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ beschrieben. Der weitere Algorithmus, um den Vampir endgültig zu vernichten, werde durch die Schritte S_1 , S_2 und S_3 beschrieben:

S_1 : Zähle die Stellen von d_i . Die Anzahl sei n .

S_2 : Das neue d_{i+1} ist die Differenz $d_i - f(n - 1)$

S_3 : Ist $d_{i+1} = 9$ oder eine Zahl, die mit 9 beginnt und dann lauter Nullen hat, so ist der Vampir besiegt, sonst beginne mit Schritt 1.

Aufgabe 3: Wir untersuchen den Algorithmus.

a) Bestimme die Anzahl der Schritte, bis die Vampirzahl 1395 besiegt ist.

b) Beweise, dass mit Hilfe dieses Algorithmus jede beliebige Vampirzahl besiegt werden kann.

Beim Suchen weiterer Vampirzahlen benutzt Valea ihren Rechner, der glücklicherweise auch mit sehr großen Zahlen rechnen kann. Bei der Suche landet sie bei einem echten Monster. Sie entdeckt, dass

$$94\,892\,254\,795\,000\,000\,000\,001^2 = 9\,004\,540\,020\,079\,200\,492\,025\,189\,784\,509\,590\,000\,000\,001$$

gilt. Da im Ergebnis tatsächlich alle Ziffern doppelt so häufig vorkommen wie in der Ausgangszahl, ist sie bei einer quadratischen Vampirzahl angelangt. Verblüfft stellt sie fest, dass

$$94\,892\,254\,795\,000\,000\,000\,001^2 = 9\,004\,540\,020\,079\,200\,492\,025x189\,784\,509\,59x0\,000\,000\,000\,001$$

Quadratische Vampirzahlen liefert, wenn man x nur durch eine Anzahl von Nullen ersetzt. Leider ist auch ihr Superrechner begrenzt und so kann sie nicht herausfinden, wie viele solche Zahlen es gibt. Sie weiß, dass hier die Informatik nicht ausreicht, sondern Mathematik gefragt ist.

Aufgabe 4: Beweise, dass es unendlich viele quadratische Vampirzahlen gibt.

► Hast du Freude daran, zusammen mit anderen Mädchen und Jungen an mathematischen Problemen zu arbeiten? Dann melde dich bei einem der angegebenen Mathematikzirkel auf der nächsten Seite! Im Moment ist eine Teilnahme vor Ort aufgrund der Hygienemaßnahmen leider nicht möglich, aber nach einer Kontaktaufnahme mit der/m Mathezirkelleiter*in gibt es sicherlich andere Wege, um mitzuarbeiten. Die Teilnahme ist kostenlos, eine Neuaufnahme jederzeit möglich. Wir freuen uns auf dich! Bei Fragen erreichst du uns per E-Mail: mathezirkel.hamburg@gmail.com



Mathematikzirkel

Zirkelstandort	Adresse	Kontaktdaten	Klassenstufen	Termine
Zentraler Mathezirkel, Universität Hamburg	Bundesstraße 55 (Raum 435), Eimsbüttel	jens.albrecht@maxs.hamburg.de	ab Kl. 8	Fr, 16:30-18:00 Uhr
Gymnasium Grootmoor	Am Damm 47, Bramfeld	040-42893520 bromm@grootmoor.de	ab Kl. 5	Mo, 11:40-12:25 Uhr
Gymnasium Meiendorf	Schierenberg 60, Meiendorf	040-42886380	variabel	Blockseminare – Termine bitte erfragen
Kurt-Körber-Gymnasium	Pergamentweg 1-5, Billstedt	040-428764830 Astrid.burba@kkg.hamburg.de	ab Kl. 5	Mo, 14:00-14:45 Uhr
Emilie-Wüstenfeld-Gymnasium	Bundesstraße 78, Eimsbüttel	040-42888050 frauке.buhr@ewg-hh.de	ab Kl. 5	Mo, 11:00-12:00 Uhr, teilweise Blockseminare
Gymnasium Bornbrook	Schulenburgring 4, Lohbrügge	040-428954210	ab Kl. 5	Di, 14:00-15:00 Uhr
Gymnasium Allee	Max-Brauer-Allee 83-85, Altona	040-42888060	ab Kl. 5	Mi, 14:00-14:45 Uhr
Gymnasium Buckhorn	Im Regestall 25, Volksdorf	040-42893370 gl@buckhorn.de	ab Kl. 5	Mo, 14:45-15:45 Uhr
Stadtteilschule Mümmelmannsberg	Mümmelmannsberg 75, Mümmelmannsberg	040-4289790	ab Kl. 5	Do, 13:45-14:30 Uhr
Gymnasium Altona	Hohenzollernring 57-61, Altona	040-4289700	ab Kl. 5	Termine bitte erfragen
Gymnasium Kaiser-Friedrich-Ufer	Kaiser-Friedrich-Ufer 6, Eimsbüttel	040-428012333 anja.kuehnemund@kaifu.hamburg.de	ab Kl. 5	Mi, 13:55-14:40 Uhr
Gyula Trebitsch Schule Tonndorf	Barenkruf 16, Tonndorf	040-42893250	ab Kl. 5	Mi, 14:00-14:45 Uhr
Gymnasium Dörpsweg	Dörpsweg 10, Eidelstedt	040-42896360	ab Kl. 5	Di, 14:00-15:30 Uhr (14-tägl.)
Stadtteilschule Rissen	Voßhagen 15, Rissen	040-42893440 pauline.linke@campus-rissen.de	ab Kl. 5	Termine bitte erfragen
Gymnasium Rahlstedt	Scharbeutzer Straße 36, Rahlstedt	42886650 sebastian.massong@gyra.hamburg.de	ab Kl. 5	Termine bitte erfragen
Helene-Lange-Gymnasium	Bogenstraße 32, Harvestehude	040-4289810 frithjof.meinke@hlg.hamburg.de	ab Kl. 5	Fr., 08:00-09:00 Uhr
Heinrich-Heine-Gymnasium	Harksheider Str. 70, Poppenbüttel	040-42886810	ab Kl. 5	Mo, 10:35-11:20 Uhr
Friedrich-Ebert-Gymnasium	Alter Postweg 30, Harburg	040-42876310 kerstin.ottenberg@ebert-net.eu	ab Kl. 5	Mo, 13:45-14:30 Uhr
Max-Brauer-Schule	Bei der Paul-Gerhardt-Kirche 1-3, Altona	040-4289820 petra.presun@mbs.hamburg.de	ab Kl. 5	Do, 14:35-15:20 Uhr
Ilse-Löwenstein-Schule	Humboldtstraße 89, Barmbek	040-428869110	ab Kl. 5	Termine bitte erfragen
Charlotte-Paulsen-Gymnasium	Neumann-Reichardt-Straße 20, Wandsbek	040-42882001 rg@cpg-hh.de	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Gymnasium Rissen	Voßhagen 15, Rissen	040-42893140 tobias.schmitt@campus-rissen.de	ab Kl. 5	Mi, 14:00-15:30 Uhr (14-tägl.)
Gelehrtenschule des Johanneums	Maria-Louisen-Straße 114, Winterhude	040-4288270 ulrike.wagner@gsjh.hamburg.de	ab Kl. 5	Mo, 15:00-16:30 Uhr (14-tägl.)
Gymnasium Süderelbe	Falkenbergsweg 5, Neugraben	040-42893350 soe@gysuenet.de	ab Kl. 5	Di, 14:00-15:00 Uhr
Gymnasium Hummelsbüttel	Hummelsbüttler Hauptstraße 107, Hummelsbüttel	040-42893550 carsten.soltau@gymhum.hamburg.de	ab Kl. 5	Fr, 13:45-15:15 Uhr (14-tägl.)
Margaretha-Rothe-Gymnasium	Langenfort 5, Barmbek	040-42886860	ab Kl. 5	Mi, 14:15-15:00 Uhr
Immanuel-Kant-Gymnasium	Am Pavillon 15, Marmstorf	040-42893410 immanuel-kant-gymnasium@bsb.hamburg.de	ab Kl. 5	Fr, 14:00-14:45 Uhr
Gymnasium Othmarschen	Walderseestraße 99, Othmarschen	040-42893510	ab Kl. 5	Termine bitte erfragen

